Escola E.B. 2,3 Ciclos Diogo Cão

Direcção Regional de Educação do Norte

MATEMÁTICA - 9º ANO – JUNHO 2015

PROPOSTA DE RESOLUÇÃO DO EXAME DA 1ª CHAMADA DE 2011

PROPOSTA DE RESOLUÇÃO

1 - RESPOSTA: $\frac{5}{13}$

P(bola ter inscrito um nº par superior a 3) = ?

nº de bolas onde está inscrito um nº par superior a 3 = 2+3=5
nº total de bolas = 3+3+1+2+1+3=13

logo P(bola ter inscrito um nº par superior a 3) = $\frac{2+3}{13} = \frac{5}{13}$

2 - RESPOSTA: 12

nº de rapazes = ?

P (ser rapariga) + P (ser rapaz) = 1

P (ser rapariga) = 1 – P (ser rapaz)

P (ser rapariga) = 1 – $\frac{2}{3} = \frac{1}{3}$. Significa que o nº de raparigas é um terço do nº de rapazes e raparigas.

Se há 6 raparigas, há 18 rapazes e raparigas e o nº de rapazes é 12.

3 - RESPOSTA: 1,246

Média das alturas dos cinco irmãos = ?

$\overline{x}$ = média das alturas dos 4 irmãos $\Leftrightarrow$ $\overline{x}$ =1,25;

$$\overline{x} = \frac{\text{Soma das alturas dos 4 irmãos}}{4} \Leftrightarrow 1{,}25 = \frac{\text{Soma das alturas dos 4 irmãos}}{4} \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow$ Soma das alturas dos 4 irmãos = 4 X 1,25 $\Leftrightarrow$ Soma das alturas dos 4 irmãos = 5

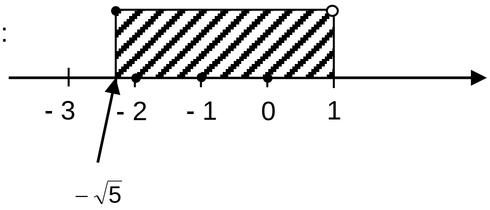
$$\overline{y} = \text{média das alturas dos 5 irmãos} \Leftrightarrow \overline{y} = \frac{\text{Soma das alturas dos 4 irmãos + altura da Beatriz}}{5} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \overline{y} = \frac{5+1{,}23}{5} \Leftrightarrow \overline{y} = 1{,}246$$

4 - RESPOSTA: { -2, -1, 0 }

$-\sqrt{5}$ = - 2,236…

[$-\sqrt{5}$,1[$\cap$ conjunto dos números inteiros relativos. Na reta real:



A interseção do conjunto [$-\sqrt{5}$,1[com os três pontos,

-2, -1, 0 resulta em três pontos, -2, -1, 0

5 - RESPOSTA: $a^4 x a^2$

Das regras das operações com potências:

a multiplicação de duas potências com a mesma base resulta numa potência com a mesma base e com um expoente igual à soma dos expoentes, logo $a^4 x a^2 = a^{4+2} = a^6$

6 - RESPOSTA: 45

Considerando x o número de fósforos

x : 3 = nº inteiro e resto zero

x : 5 = nº inteiro e resto zero

x : 4 = nº inteiro e resto 1

Das duas primeiras resulta que m.m.c (3,5) = 3 X 5 = 15

Multiplicando 15 por 1, por 2, por 3 e assim sucessivamente, obtemos os números que são divisíveis por 3 e por 5 e que dão resto zero. Dos números menores que 50, obtemos o 15, o 30, e o 45. Destes é necessário determinar o número que dividido por 4 dá resto 1:

15 : 4 = 3 X 4 + 3; resto 3

30 : 4 = 7 X 4 + 2; resto 2

45 : 4 = 11 X 4 + 1; resto 1. O número é o 45.

7 - RESPOSTA: $-2x + 1$

$(x-1)^2 - x^2 = x^2 - 2x + 1 - x^2 = -2x + 1$

8 - RESPOSTA: GRÁFICO A

Inicialmente a altura vai aumentando proporcionalmente ao tempo porque o caudal é constante. Quando atinge a altura do separador central do aquário, a água vai verter continuamente para o outro lado do aquário, mantendo-se a altura da água constante, (da altura do separador central) até encher completamente essa parte do aquário. Quando a água atingir a altura do separador central, vai-se iniciar novamente a subida da água, mas desta vez vai encher mais lentamente porque a área da base do volume a encher é maior (o dobro da inicial) e a altura cresce mais lentamente, daí a inclinação ser menor.

9.1 - RESPOSTA: 2 MINUTOS

Inicialmente o depósito tem 5 litros o que significa que o depósito só pode ser abastecido com 71 – 5 = 66 litros.

L = 33 t

$66 = 33\,t \Leftrightarrow t = \dfrac{66}{33} \Leftrightarrow t = 2$ min

9.2 - RESPOSTA: Nº DE LITROS DE GASOLINA QUE ENTRAM NO DEPÓSITO POR MINUTO

$L = 33\,t \Leftrightarrow 33 = \dfrac{L}{t}$ ou seja $33 = \dfrac{\text{Número de litros que entram no depósito}}{\text{minuto}}$

10 - RESPOSTA: $S = \{-\dfrac{6}{5}, 1\}$

$x(x-1) + 2x = 6 - 4x^2 \Leftrightarrow x^2 - x + 2x - 6 + 4x^2 = 0 \Leftrightarrow 5x^2 + x - 6 = 0; \Rightarrow a = 5;\ b = 1;\ c = -6$

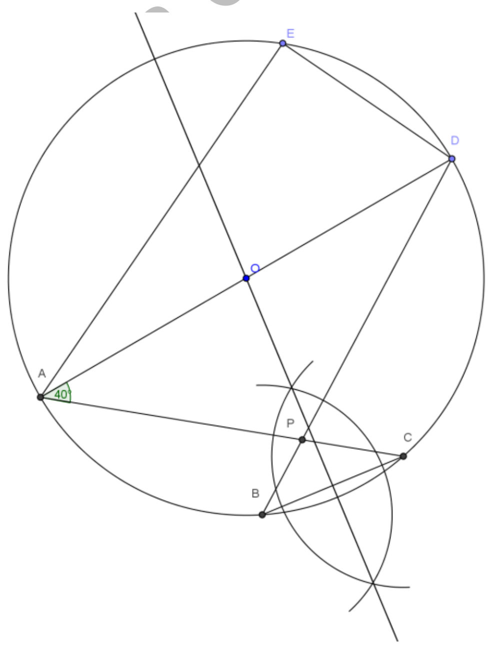
$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4x5x(-6)}}{2x5} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 120}}{10} = \frac{-1 \pm \sqrt{121}}{10} = \frac{-1 \pm \sqrt{121}}{10} = \frac{-1 \pm 11}{10} \Leftrightarrow$$

$$x = \frac{-1-11}{10} \vee x = \frac{-1+11}{10} \Leftrightarrow x = \frac{-12}{10} \vee x = \frac{10}{10} \Leftrightarrow x = \frac{-6}{5} \vee x = 1\ ;\quad S = \{-\frac{6}{5}, 1\}$$

11 - RESPOSTA: (1,2)

$$\begin{cases} \dfrac{x+y}{3} = 1 \\ 2x + 3y = 8 \end{cases} \begin{cases} x + y = 3 \\ 2x + 3y = 8 \end{cases} \begin{cases} x = -y + 3 \\ 2(-y+3) + 3y = 8 \end{cases} \begin{cases} x = -y + 3 \\ -2y + 6 + 3y = 8 \end{cases} \begin{cases} x = -y + 3 \\ y = 8 - 6 \end{cases} \begin{cases} x = -y + 3 \\ y = 2 \end{cases} \begin{cases} x = -2 + 3 \\ y = 2 \end{cases} \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$$

12.1 - RESPOSTA: O PONTO O PERTENCE À MEDIATRIZ DO SEGMENTO [BC]



12.2 - RESPOSTA: $\overset{\frown}{AC} = 100°$

$C\hat{A}D = 40° \Rightarrow \overset{\frown}{CD} = 80°$ e $\overset{\frown}{AD} = 180°$ logo $\overset{\frown}{AC} = \overset{\frown}{AD} - \overset{\frown}{CD} = 180° - 80° = 100°$

12.3 - RESPOSTA: 23,6 cm

Dado que $A\hat{E}D = 90° \Rightarrow \overline{AD}^2 = \overline{AE}^2 + \overline{DE}^2 \Leftrightarrow \overline{AD}^2 = 6{,}8^2 + 3{,}2^2 \Leftrightarrow \overline{AD}^2 = 56{,}48 \Leftrightarrow \overline{AD} = \sqrt{56{,}48} \Leftrightarrow \overline{AD} = 7{,}52$ cm

$r = \dfrac{\overline{AD}}{2} = \dfrac{7{,}52}{2} = 3{,}76$ cm

$P = 2\,\pi\,r = 2 \times \pi \times 3{,}76 = 23{,}6$ cm

13 – RESPOSTA: 2,125 m

$V_{CONE} + V_{CILINDRO} = V_{TOTAL} \Leftrightarrow V_{CONE} + V_{CILINDRO} = 34;$

$V_{CONE} = \dfrac{Ab \times h}{3}$

$V_{CILINDRO} = Ab \times h$

$\dfrac{Ab \times h}{3} + Ab \times h = 34 \Leftrightarrow \dfrac{12\,h}{3} + 12\,h = 34 \Leftrightarrow \dfrac{12\,h + 36\,h}{3} = 34 \Leftrightarrow 48\,h = 102 \Leftrightarrow h = \dfrac{102}{48} \Leftrightarrow$

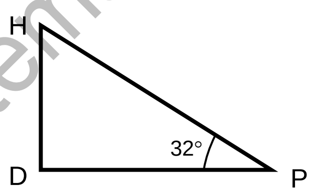
$h = 2{,}125$ m

14.1 – RESPOSTA: AS RECTAS DP E BC SÃO CONCORRENTES

Se prolongarmos os segmentos de recta DP e BC eles vão concorrer num ponto X, no plano [ABCD].

14.2 – RESPOSTA: 7,8 cm²

Considerando o triângulo rectângulo [DPH]



$\text{tg } 32° = \dfrac{DH}{DP} \Leftrightarrow \text{tg } 32° = \dfrac{DH}{5} \Leftrightarrow DH = 5 \times \text{tg } 32° \Leftrightarrow DH = 5 \times 0.625 \Leftrightarrow DH = 3{,}125$

$A\,[DPH] = \dfrac{b \times h}{2} = \dfrac{DP \times DH}{2} = \dfrac{5 \times 3{,}125}{2} = 7{,}8 \text{ cm}^2$

14.3 – RESPOSTA: 60 cm³

$V_{PARALELEPÍPEDO} = Ab_{PARALELEPÍPEDO} \times h$

$$V_{PIRÂMIDE} = \frac{Ab_{PIRÂMIDE} \times h}{3}$$

As relações acima e a relação que existe entre a área da base do paralelepípedo e a área da base da pirâmide, permitem determinar a relação entre os respectivos volumes.

Considerando c o comprimento e l a largura do rectângulo que constitui a base do paralelepípedo e que a área da base do paralelepípedo é o dobro da área da base da pirâmide, pois a área da base do paralelepípedo é um rectângulo e é (c x l) e a área da base da pirâmide é um triângulo inserido nesse rectângulo e é $\frac{c \times l}{2}$

$$\frac{V_{PARALELEPÍPEDO}}{V_{PIRÂMIDE}} = \frac{2 \times Ab_{PIRÂMIDE} \times h}{\frac{Ab_{PIRÂMIDE} \times h}{3}} = \frac{6 \times Ab_{PIRÂMIDE} \times h}{Ab_{PIRÂMIDE} \times h} = 6$$

Ou seja $V_{PARALELEPÍPEDO} = 6 \times V_{PIRÂMIDE}$

ou então:

$$\frac{V_{PARALELEPÍPEDO}}{V_{PIRÂMIDE}} = \frac{Ab_{PARALELEPÍPEDO} \times h}{\frac{Ab_{PIRÂMIDE} \times h}{3}} = \frac{c \times l \times h}{\frac{\frac{c \times l}{2} \times h}{3}} = \frac{c \times l \times h}{\frac{c \times l \times h}{3 \times 2}} = \frac{c \times l \times h}{\frac{c \times l \times h}{6}} = 6$$

Ou seja $V_{PARALELEPÍPEDO} = 6 \times V_{PIRÂMIDE}$

O volume do paralelepípedo é 6 vezes o volume da pirâmide, logo $V_{PARALELEPÍPEDO} = 6 \times 10 = 60\ cm^3$

JLP