

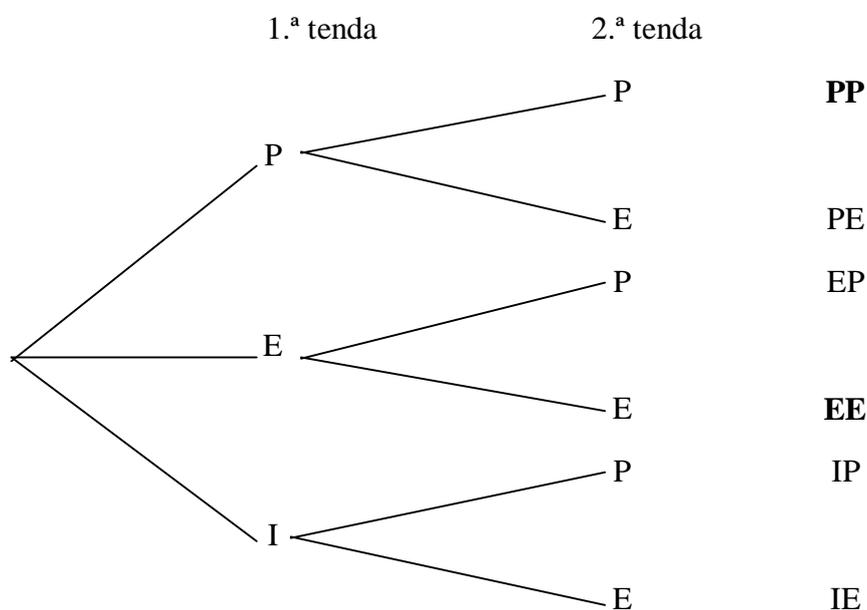
## Prova de Matemática do 3º ciclo do Ensino Básico

### Prova 927 1ª Chamada

1.

1.1. De acordo com enunciado, 50% são portugueses (P) e 50% são espanhóis (E) e italianos (I). Como os Espanhóis existem em maior número que os Italianos,  $25\% < E < 50\%$ . Deste modo, a opção correta é 30%.

1.2. Recorrendo a um diagrama em árvore, por exemplo, temos:



N.º de casos possíveis: 6

N.º de casos favoráveis: 2

$$P(\text{ter a mesma nacionalidade}) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

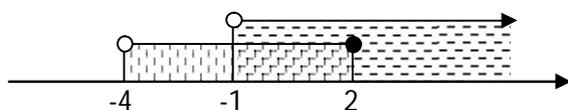
R: A probabilidade dos dois jovens escolhidos terem a mesma nacionalidade é  $\frac{1}{3}$ .

2. Para que  $a$  tome o maior valor, o número em falta, digamos  $n$ , terá que ser o menor possível, uma vez que a soma  $1 + n + a$  é constante. Sendo  $n$  um número natural diferente de 1, poderá ser 2.

$$\text{Então, } \frac{1+2+a}{3} = 11 \Leftrightarrow 1 + 2 + a = 33 \Leftrightarrow 3 + a = 33 \Leftrightarrow a = 33 - 3 \Leftrightarrow a = 30$$

R: O maior valor que  $a$  pode tomar é 30.

3.



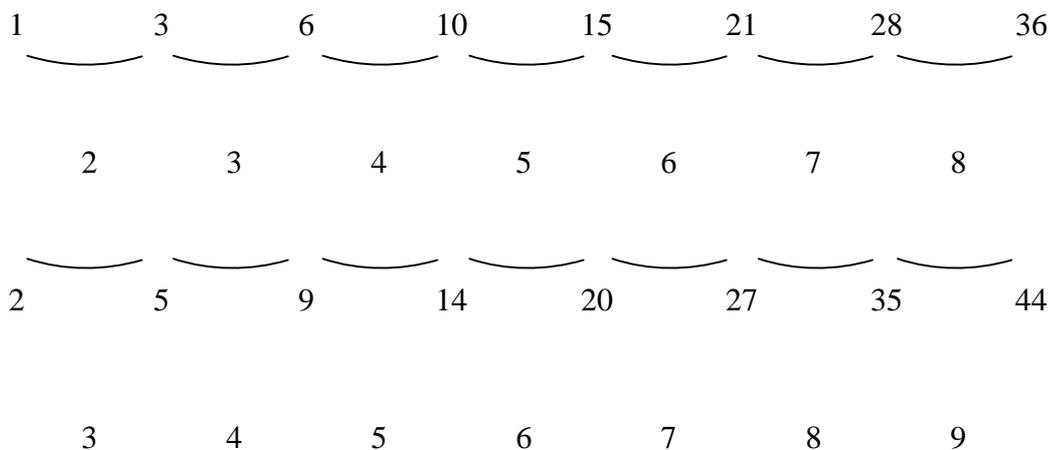
$$A \cap B = ]-1,2]$$

R: O intervalo  $]-1,2]$  é a opção correta.

4.

Consideremos duas subsequências, uma determinada pelos extremos inferiores do intervalo e outra pelos extremos superiores do mesmo.

Ficamos com:



As diferenças entre os termos em ambos os casos são crescentes. Utilizando a recorrência, obtemos como 8º termo o intervalo [36; 44]. Os intervalos são fechados nos termos apresentados, pelo que, continuaremos com esta característica.

Outra proposta de resolução:

Podemos apenas determinar o extremo inferior do intervalo. Para calcular o extremo superior podemos adicionar 8, visto que a diferença entre os extremos do intervalo, ou seja, a amplitude do mesmo, é igual ao número de ordem da sequência.

R: O oitavo termo da sequência é o intervalo [36; 44].

5.

$$n^3 = k$$

$n^{-3} = \left(\frac{1}{n}\right)^3 = \frac{1}{n^3}$  dado que  $n^3 = k$ , substituímos na expressão dada e obtemos

$$n^{-3} = \frac{1}{k}$$

R:  $\frac{1}{k}$

6.

$$-2x < 4 \Leftrightarrow$$

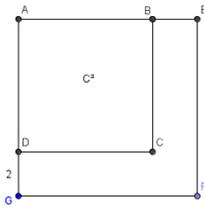
$$\Leftrightarrow -x < \frac{4}{2}$$

$$\Leftrightarrow -x < 2$$

$$\Leftrightarrow x > -2$$

R:  $x > -2$

7.



$$A_{[ABCD]} = C^2$$

$$A_{[AEGF]} = (C + 2)^2$$

$$AG = AD + DG = C + 2$$

7.1

$(C + 2)^2 - C^2$  representa a diferença entre a área do quadrado AEGF e a área do quadrado ABCD. No contexto, esta diferença representa a zona relvada da imagem.

R: A expressão representa a área da parte relvada do terreno.

7.2

$FE = FG$  porque  $[AEGF]$  é quadrado o  $\sphericalangle EFG = 90^\circ$  pelo mesmo motivo.

R: Ponto G.

8.

$$(x + 2)^2 = 3x^2 + 2x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2 \times 2x + 2^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 4x + 4 - 3x^2 - 2x = 0$$

$$\Leftrightarrow -2x^2 + 2x + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow -x^2 + x + 2 = 0$$

Assim,  $a = -1$ ;  $b = 1$ ;  $c = 2$ .

Aplicando a fórmula resolvente:

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \times (-1) \times 2}}{2 \times (-1)} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+8}}{-2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{-2} \Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm 3}{-2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-1+3}{-2} \vee x = \frac{-1-3}{-2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{2}{-2} \vee x = \frac{-4}{-2}$$

$$\Leftrightarrow x = -1 \vee x = 2$$

$$C.S. = \{-1; 2\}$$

9.

$$\begin{cases} x - \frac{y-1}{2} = 3 \\ 3x - y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2x}{2} - \frac{y-1}{2} = \frac{6}{2} \\ 3x - y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y + 1 = 6 \\ 3x - y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 1 - 6 = y \\ 3x - y = 6 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 5 = y \\ 3x - (2x - 5) = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 5 = y \\ 3x - 2x + 5 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 5 = y \\ x + 5 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 5 = y \\ x = 6 - 5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 5 = y \\ x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 \times 1 - 5 = y \\ x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -3 \\ x = 1 \end{cases}$$

$$C.S. = \{(1; -3)\}$$

10.

$$y = \frac{k}{x}$$

As variáveis  $x$  e  $y$  são inversamente proporcionais e a constante de proporcionalidade é  $k$ .

11.

Sendo o gráfico uma representação de uma função de proporcionalidade inversa,

$$\text{então } y = \frac{k}{x} \Leftrightarrow xy = k.$$

Como  $xy = k \Leftrightarrow 8 \times 4 = 32$ , donde  $k = 32$ .

Assim, para  $x = 2$  e  $k = 32$ , vem que

$$y = \frac{k}{x} \Leftrightarrow y = \frac{32}{2} \Leftrightarrow y = 16$$

R: A ordenada do ponto é 16.

12.

12.1.

Pelos dados do enunciado vem que:

- $\overline{BC} = a$ , pois é a medida da aresta do cubo;
- $\overline{BI} = \frac{1}{3}\overline{BC} = \frac{1}{3}a = \frac{a}{3}$ ;
- $\overline{AB} = 2\overline{BC} = 2a$ .

Assim,

- $V_{\text{prisma}} = A_{\text{base}} \times \text{altura} = 2a \times a \times \frac{a}{3} = \frac{2a^3}{3}$
- $V_{\text{cubo}} = (\text{aresta})^3 = a^3$

Donde

$$\bullet \quad V_{\text{total}} = V_{\text{prisma}} + V_{\text{cubo}} \Leftrightarrow 25 = \frac{2a^3}{3} + a^3 \Leftrightarrow \frac{75}{3} = \frac{2a^3}{3} + \frac{3a^3}{3} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 75 = 2a^3 + 3a^3 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 75 = 5a^3 \Leftrightarrow \frac{75}{5} = a^3 \Leftrightarrow a^3 = 15 \Leftrightarrow a = \sqrt[3]{15}.$$

R: A aresta do cubo mede  $\sqrt[3]{15} \text{ cm}$ .

## 12.2. IH

## 13.

13.1. Os triângulos [ADE] e [ABC] são semelhantes, pelo critério de semelhança de triângulos AA :

- $\widehat{DAE} = \widehat{BAC}$ , pois é comum aos dois triângulos;
- $\widehat{ADE} = \widehat{ABE}$ , pois são ambos ângulos retos;

Os lados correspondentes são:

- [AD] e [AB]
- [AE] e [AC]
- [DE] e [BC]

Assim, basta calcular  $\overline{DE}$  para determinar  $\overline{BC}$ , pois os lados correspondentes são diretamente proporcionais.

Como o triângulo [ADE] é retângulo, usamos o Teorema de Pitágoras:

$$\overline{AE}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{DE}^2 \Leftrightarrow 25^2 = 20^2 + \overline{DE}^2 \Leftrightarrow 625 = 400 + \overline{DE}^2 \Leftrightarrow \overline{DE}^2 = 625 - 400 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \overline{DE}^2 = 225 \Leftrightarrow \overline{DE} = \pm\sqrt{225} \Leftrightarrow \overline{DE} = 15 \quad (\text{positivo, pois é uma medida de comprimento}).$$

Ou

Razão de semelhança entre os triângulos:

$$r = \frac{\overline{AC}}{\overline{AE}} = \frac{40}{25} = \frac{8}{5}$$

Logo,

$$\overline{BC} = 15 \times \frac{8}{5} = 24 \text{ cm.}$$

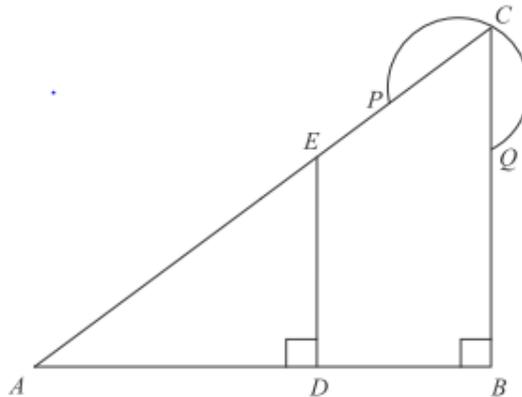
Regra de 3 simples:

$$\begin{array}{ccc} \Delta [ADE] & \Delta [ABC] & \\ 25 & \text{-----} & 40 \\ 15 & \text{-----} & \overline{BC} \end{array}$$

$$\overline{BC} = \frac{15 \times 40}{25} = 24 \text{ cm.}$$

R: O segmento [BC] mede 24cm.

### 13.2.



$PCQ$  é um ângulo inscrito à circunferência definida pelos pontos  $P$ ,  $C$  e  $Q$ . Assim, conhecendo a amplitude desse ângulo, facilmente obtemos a amplitude do arco  $PQ$  multiplicando esse valor por 2.

Como a soma dos ângulos internos de um triângulo é  $180^\circ$ , vem que:

$$37 + 90 = 127$$

$$180 - 127 = 53, \text{ logo o ângulo } ACB \text{ mede } 53^\circ$$

$$\text{Então o arco } PQ = 53 \times 2 = 106$$

**Associação de Professores de Matemática**

Rua Dr. João Couto, 27 A, 1500-236 Lisboa

**TELEFONES** +351217163690 / +351217110377 **FAX** + 351217166424

<http://www.apm.pt>

Como pretendemos a amplitude do arco  $PCQ$ , temos que subtrair do total ( $360^\circ$ ) a amplitude do arco  $PQ$  ( $106$ ).

Assim temos

$$360 - 106 = 254, \text{ ou seja, o arco } PCQ \text{ mede } 254^\circ \text{ de amplitude}$$

R: O arco  $PCQ$  mede  $254^\circ$  de amplitude.

### 13.2.

Cateto oposto ao ângulo  $ACB$ :  $\overline{AB}$

Cateto adjacente ao ângulo  $ACB$ :  $\overline{BC}$

Hipotenusa:  $\overline{AC}$

Como o  $\cos \alpha = \frac{c.\text{adjacente}}{\text{hipotenusa}}$ , então  $\cos \alpha = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}$

R:  $\cos \alpha = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}$

14. Uma face está pintada e 4 meias faces também. As meias faces pintadas têm de ser adjacentes à face pintada, logo, apenas a planificação **C** garante estas condições.

Lisboa, 21 de Junho de 2012