Agrupamento de Escolas de Diogo Cão, Vila Real

MATEMÁTICA - 9º ANO – JUNHO 2016

PROVA FINAL DA 2ª CHAMADA DE **2012**

PROPOSTA DE RESOLUÇÃO

EM MUITAS DAS RESPOSTAS HÁ EXPLICAÇÕES ADICIONAIS E NÃO APENAS A SOLUÇÃO QUE A PROVA EXIGE.

1.1 – RESPOSTA: **0,3**

A soma das frequências relativas = 1 $\rightarrow$ 0,3 + a + 0,4 = 1 $\Leftrightarrow$ 0,7 + a = 1 $\Leftrightarrow$ a = 1 – 0,7 $\Leftrightarrow$ a = 0,3

1.2 – RESPOSTA: **NÃO**

Se se vai retirar uma bola um milhão de vezes, a frequência relativa para um número grande de tiragens será 0,5 uma vez que no saco metade das bolas têm o nº1.

2. – RESPOSTA: **4**

Se a probabilidade de "a carta ser vermelha" é de 75% e há 12 cartas vermelhas então as restantes 25% serão pretas, dado que só há vermelhas e pretas. Se 12 cartas correspondem a 75%, 4 correspondem a 25%.

75% $\rightarrow$ 12

25% $\rightarrow$ x

$$x = \frac{25\% \times 12}{75\%} \Leftrightarrow x = \frac{0,25 \times 12}{0,75} \Leftrightarrow x = 4 \text{ cartas pretas}$$

3. – RESPOSTA: **5 x 10^9**

A área de um retângulo é o produto dos seus dois lados consecutivos.

$$A = \frac{1}{2r} \times 10^{-20} \times r \times 10^{30} = \frac{r}{2r} \times 10^{-20} \times 10^{30} = \frac{1}{2} \times 10^{-20+30} = \frac{1}{2} \times 10^{10} = \frac{5}{5 \times 2} \times 10^{10} = \frac{5}{10} \times 10^{10} = 5 \times \frac{10^{10}}{10^{1}} =$$

$$= 5 \times 10^{10-1} = 5 \times 10^{9}$$

4. – RESPOSTA: **3,141**

Como consta no formulário da prova que o valor aproximado de π (pi): 3,14159 então um número compreendido entre 3,14 e π terá que ser um número maior que 3,14 e menor que π e pode ser por exemplo 3,14001 ou 3,141.

5. – RESPOSTA: **NÃO**

O 1º termo tem 1 quadrado;

O 2º termo tem 1 + 3 = 4 quadrados. Ou seja o 2º termo (para n = 2) tem 2^2 quadrados.

O 3º termo tem 1 + 3 + 5 = 9 quadrados. Ou seja o 3º termo (para n = 3) tem 3^2 quadrados.

O 4º termo tem 1 + 3 + 5 + 7 = 16 quadrados. Ou seja o 4º termo (para n = 4) tem 4^2 quadrados.

…

O enésimo termo, ou termo de ordem n, tem 1 + 3 + 5 + 7 + … = tem n^2 quadrados

$200 = n^2 \Leftrightarrow n = \sqrt{200}$ *n* terá que ser um número natural, mas neste caso *n* não é um número natural.

Como se pode usar a calculadora também se podia fazer:

$1^2 = 1$

$2^2 = 4$

$3^2 = 9$

$4^2 = 16$

…

$10^2 = 100$

…

$14^2 = 196$

$15^2 = 225$

Logo não há nenhum termo da sequência constituído por 200 quadrados.

6.1 – RESPOSTA: **"a distância percorrida pela luz é de 0,6 milhões de quilómetros, em 2 segundos."**

Significa que "a distância percorrida pela luz é de 0,6 milhões de quilómetros, em 2 segundos", ou que "em dois segundos, a distância percorrida pela luz é de 0,6 milhões de quilómetros"

6.2 – RESPOSTA: **8 min e 20 s**

$d = 0{,}3\ t$ (com d em milhões de Km e t em segundos)

$150 = 0{,}3\ t \Leftrightarrow \frac{150}{0{,}3} = t$, ou $t = \frac{150}{0{,}3} \Leftrightarrow t = 500$ s ou $t = \frac{500}{60}$ min, ou $t = 8{,}(3)$ min. Mas 8 min = 8 x 60 = 480 s,

logo 500 s = 480 + 20 s = 8 min e 20 s

7. – RESPOSTA: **S = [$-\frac{2}{27}$, $+\infty$ [**

$$x - \frac{1}{2}(x - 6) \leq 5x + \frac{10}{3}$$

1º Desembaraçar de parêntesis; $\Leftrightarrow \quad x - \frac{1}{2}x + \frac{6}{2} \leq 5x + \frac{10}{3}$

2º – Desembaraçar de denominadores

m.m.c (1, 2, 3) = 6

$$\Leftrightarrow \quad \underset{(6)}{\frac{x}{1}} - \underset{(3)}{\frac{x}{2}} + \underset{(3)}{\frac{6}{2}} \leq \underset{(6)}{\frac{5x}{1}} + \underset{(2)}{\frac{10}{3}} \quad \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{6x}{6} - \frac{3x}{6} + \frac{18}{6} \leq \frac{30x}{6} + \frac{20}{6} \quad \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \quad 6x - 3x + 18 \leq 30x + 20 \quad \Leftrightarrow$$

3º – Isolar, num dos membros, os termos em x $\quad \Leftrightarrow \quad 6x - 3x - 30x \leq +20 - 18 \quad \Leftrightarrow$

4º – Reduzir os termos semelhantes $\quad \Leftrightarrow \quad -27x \leq 2 \quad \Leftrightarrow$

5º – Aplicar o "Princípio da multiplicação em inequações" $\quad \Leftrightarrow \quad 27x \geq -2 \quad \Leftrightarrow$

6º – Resolver a inequação $\quad \Leftrightarrow \quad x \geq -\frac{2}{27}$

7º – Escrever o conjunto solução sob a forma de intervalo $\quad S = [\, -\frac{2}{27}, +\infty \,[$

8. – RESPOSTA: **S = {– 3, 2 }**

$x\,(x - 2) + 3\,(x - 2) = 0$

Pode colocar-se $(x - 2)$ em evidência dado que é comum nas duas parcelas.

$(x - 2)(x + 3) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x - 2 = 0 \ \vee \ x + 3 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = 2 \ \vee \ x = -3 \quad \rightarrow \quad S = \{-3, 2\}$

Também se pode fazer:

$x^2 - 2x + 3x - 6 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x^2 + x - 6 = 0$

A equação $x^2 + x - 6 = 0$ é uma equação completa de 2º grau pelo que vamos usar a fórmula resolvente para determinar as soluções da equação.

$x^2 + x - 6 = 0$ (a equação está na forma canónica). Os coeficientes são: $a = 1$, $b = 1$ e $c = -6$;

Fórmula resolvente $\rightarrow x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$; $x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 1 \times (-6)}}{2 \times 1} \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+24}}{2} \quad \Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{2} \quad \Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm 5}{2} \quad \Leftrightarrow x = \frac{-1-5}{2} \ \vee \ x = \frac{-1+5}{2} \quad \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-6}{2} \ \vee \ x = \frac{4}{2} \quad \Leftrightarrow x = -3 \ \vee \ x = 2 \ \rightarrow S = \{-3, 2\}$$

9. – RESPOSTA: $\begin{cases} 6x + 10y = 108,7 \\ 7x + 9y = 112,15 \end{cases}$ por exemplo

Considerando x = o preço do bilhete de adulto e y = o preço do bilhete de criança, o sistema de equações poderá ser da forma:

$6x + 10y = 108,7$ → No grupo há 6 adultos e cada bilhete de adulto custa x e há 10 crianças e cada bilhete de criança custa y e também o custo total dos bilhetes é de 108,7 €.

$7x + 9y = 112,15$ → Se houvesse mais um adulto (6 →7) haveria menos uma criança (10 → 9) e o custo dos bilhetes do grupo (crianças mais adultos) seria de 108,7 + 3,45 = 112,15 €.

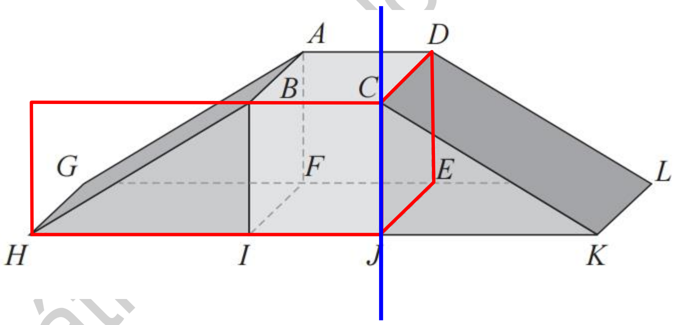
Também se pode deduzir do enunciado outra equação dado que o preço de cada bilhete de adulto custa mais 3,45 € que o preço de cada bilhete de criança. → $x = y + 3,45$
Outro sistema de equações poderia ser, por exemplo:

$$\begin{cases} 6x + 10y = 108,7 \\ x - y = 3,45 \end{cases}$$

10. – RESPOSTA: $x^2 + a^2$

$$(x - a)^2 + 2ax = x^2 - \cancel{2ax} + a^2 + \cancel{2ax} = x^2 + a^2$$

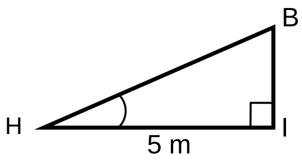
11.1 – RESPOSTA: **CJ ou reta CJ**



11.2 – RESPOSTA: **79 m³**

Divide-se o sólido em dois prismas triangulares retos com o mesmo volume e um cubo.
Volume total do sólido = Volume cubo [ABCDEFIJ] + 2 x Volume do prisma triangular reto [BHIFAG] dado que os prismas são geometricamente iguais.
Volume prisma [BHIFAG] = Área da base x Altura, em que a área da base é a área do triângulo retângulo [BIH] e a altura é $\overline{AB}$.

Área da base do triângulo retângulo [BIH] = $\dfrac{\overline{HI} \times \overline{BI}}{2}$. É necessário calcular $\overline{BI}$.



Da figura conclui-se que: $\tan I\hat{H}B = \frac{\overline{BI}}{\overline{HI}}$ ou seja, $\tan 32º = \frac{\overline{BI}}{5} \Leftrightarrow \overline{BI} = 5 \times \tan 32º \Leftrightarrow \overline{BI} \approx 3{,}124$ m

Área da base do triângulo retângulo [BIH] = $\frac{\overline{HI} \times \overline{BI}}{2} = \frac{5 \times 3{,}124}{2} = 7{,}81$ m^2

Volume prisma [BHIFAG] = Área da base x Altura = 7,81 x $\overline{AB}$ e $\overline{AB} = \overline{BI}$ pois são lados do mesmo cubo,

Volume prisma [BHIFAG] = 7,81 x 3,124 = 24, 398 m^3

Volume cubo [ABCDEFIJ] = $\overline{BI}^3 = 3{,}124^3 = 30{,}488$ m^3

Volume total do sólido = Volume cubo [ABCDEFIJ] + 2 x Volume do prisma triangular reto [BHIFAG] =

30,488 + 2 x 24, 398 = 79, 284 m^3 $\approx$ 79 m^3

12.1 – RESPOSTA: **70º**

$A\hat{B}C$ é um ângulo inscrito no mesmo arco que o ângulo ao centro $A\hat{O}C$.

$$A\hat{B}C = \frac{\overset{\frown}{CA}}{2} = \frac{140º}{2} = 70º$$

12.2 – RESPOSTA: **140º**

$A\hat{D}E = 180º - A\hat{D}C$

Relativamente ao equilátero [ADCB], a soma das amplitudes dos seus ângulos internos = 360º

Considerando que $D\hat{C}O$ e $O\hat{A}D$ são ângulos retos:

$A\hat{D}C + D\hat{C}O + C\hat{O}A + O\hat{A}D = 360º \Leftrightarrow A\hat{D}C + 90º + 140º + 90º = 360º \Leftrightarrow A\hat{D}C + 320º = 360º \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow A\hat{D}C = 360º - 320º \Leftrightarrow A\hat{D}C = 40º$

$A\hat{D}E = 180º - A\hat{D}C = 180º - 40º = 140º$

13.1 – RESPOSTA: **4**

Perímetro $_{[ABC]}$ = 48 cm e Perímetro $_{[DBE]}$ = 16 cm

Considerando [ABC] e [DBE] figuras semelhantes e a figura [DBE] a figura original na ampliação de [DBE] para [ABC], então $r = \frac{P_{[ABC]}}{P_{[DBE]}} = \frac{48}{16} = 3$

$r \times \overline{DE} = \overline{AC} \Leftrightarrow \overline{DE} = \frac{\overline{AC}}{r} \Leftrightarrow \overline{DE} = \frac{12}{3} \Leftrightarrow \overline{DE} = 4$ cm

13.2 – RESPOSTA: **53 cm**

A circunferência que passa nos pontos A, C e F tem como centro o ponto O que é o ponto médio do segmento $\overline{FC}$.

Se se traçar a mediatriz do segmento $\overline{FC}$, ela passa no ponto O e no ponto A.

$\overline{FC}^2 = \overline{AF}^2 + \overline{AC}^2$ e como o triângulo é isósceles $\overline{AF} = \overline{AC}$ ou seja, $\overline{FC}^2 = 12^2 + 12^2 \Leftrightarrow \overline{FC}^2 = 2 \times 144 \Leftrightarrow \overline{FC}^2 = 288 \Leftrightarrow \overline{FC} = \sqrt{288} \Leftrightarrow \overline{FC} = 16{,}97$ cm e $\overline{FC}$ é o diâmetro d da circunferência.

Perímetro = $\pi\, d = \pi \times \overline{FC} = 16{,}97 \times \pi = 53{,}31$. Perímetro $\approx$ 53 cm

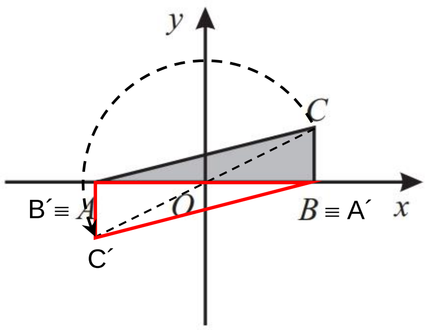
14 – RESPOSTA: **C**

O ponto A ao rodar 180º em torno do ponto O passa a coincidir com B. (A´ ≡ B)

O ponto B, ao rodar 180º em torno do ponto O passa a coincidir com A. (B´ ≡ A)

O ponto C ao rodar 180º em torno de O fica na posição C´

Unindo A´, B´ e C´ obtemos a figura transformada que é a opção **C**.



JLP