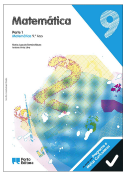
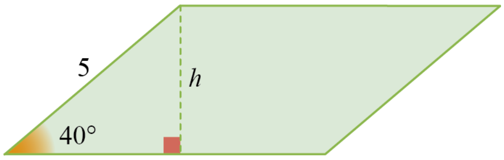
Proposta de Prova Final de Matemática

3.º Ciclo do Ensino Básico

Proposta de resolução



1.



$$\sin 40° = \frac{h}{5} \Leftrightarrow h = 5\sin 40°$$

$$A_{[ABCD]} = 7 \times 5\sin 40° \approx 22{,}5\ \text{cm}^2$$

2.1. $C = \sqrt{5} - \sqrt{29} = -3{,}14$ (2 c.d.)

Logo, a abcissa do ponto *C* é –3, pelo que a abcissa do ponto *B* é –4,5.

2.2. Como se trata de uma homotetia negativa, temos de inverter o sentido. Assim, o ponto resultante será no sentido contrário a $\dot{O}A$ e também metade do comprimento de $\overline{OA}$.

Resposta: (B)

3. $A = \{-1\ ,\ 0\ ,\ 1\ ,\ 2\ ,\ 3\}$

Resposta: (B)

4. $V_{\text{modelo}} = V_{\text{cone}} + V_{\text{cilindro}}$

$$440 = \frac{1}{3} \times \pi \times 4^2 \times 2 + \pi \times 4^2 \times h \Leftrightarrow 440 = \frac{32}{3}\pi + 16\pi h \Leftrightarrow h = \frac{440 - \frac{32}{3}\pi}{16\pi} \Leftrightarrow h \approx 8{,}1\ \text{m}$$

Resposta: A altura do cilindro é, aproximadamente, 8,1 m.

5. Consideremos o quadrilátero [*ABOD*]. Dado que a soma das amplitudes dos seus ângulos internos é 360°, então:

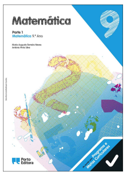
$$B\hat{O}D = 360° - 90° - 90° - 40° = 140°$$

O correspondente ângulo inscrito do ângulo ao centro *BOD* é *BCD*, pelo que:

$$B\hat{C}D = \frac{1}{2} \times 140° = 70°$$

Contudo, $D\hat{O}B = 360° - 140° = 220°$ e $C\hat{B}O = 90° - 75° = 15°$.

Como [*BCDO*] também é um quadrilátero, então:



$O\hat{D}C = 360° - 220° - 15° - 70° = 55°$

6.1. $A \curvearrowright -2f(2) = -2\times\frac{1}{\cancel{2}}\times 2^{\cancel{2}} = -4$

A (–4 , 0)

$g(-4) = 0 \Rightarrow -4a + 4 = 0 \Leftrightarrow a = 1$

6.2. $\frac{1}{2}x^2 = x + 4 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 8 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{4+32}}{2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = \frac{2 \pm 6}{2} \Leftrightarrow x = \frac{2+6}{2} \vee x = \frac{2-6}{2} \Leftrightarrow x = 4 \vee x = -2$

$f(4) = \frac{1}{2}\times 4^2 = \frac{16}{2} = 8$

As coordenadas do ponto *C* são (4 , 8).

6.3. A área do paralelogramo [*OCBA*] é igual a $4 \times 8 = 32$.

7.1. $P = \frac{1}{30}$

7.2. A probabilidade de retirar, ao acaso, um bombom de chocolate branco da caixa é:

$P_{\text{branco}} = 1 - 0{,}35 - 0{,}45 = 0{,}20$

Assim:

$0{,}20 = \frac{4}{\text{n.° total de chocolates}} \Leftrightarrow \text{n.° total de chocolates} = \frac{4}{0{,}20} = 20$

Resposta: Na caixa existem 20 chocolates.

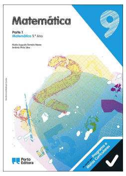
8. $\left(\sqrt{12}+\sqrt{3}\right)^2 = \sqrt{12}^2 + 2\times\sqrt{12}\times\sqrt{3} + \sqrt{3}^2 =$

$= 12 + 2\sqrt{36} + 3 =$

$= 12 + 2\times 6 + 3 =$

$= 27$

Resposta: (C)



9. $27{,}3\times10^{-3}=2{,}73\times10^{-2}$

$273\times10^{2}=2{,}73\times10^{4}$

$0{,}002\ 73=2{,}73\times10^{-3}$

$2{,}73\times10^{3}$

Ordem crescente:

$0{,}002\ 73 < 27{,}3 \times 10^{-3} < 2{,}73 \times 10^{3} < 273 \times 10^{2}$

10.1. $$\frac{\left[-1\times(-3)^{5}\right]^{-4}}{\left(-3^{2}\right)^{-4}:(-1)^{8}}=\frac{(-1)^{-2}\times(-3)^{-20}}{(-3)^{-8}:1}=\frac{1\times(-3)^{-20}}{(-3)^{-8}}=(-3)^{-20+8}=(-3)^{-12}=\left(-\frac{1}{3}\right)^{12}=\left(\frac{1}{3}\right)^{12}$$

10.2. $$\frac{\left(\frac{1}{3}\right)^{12}}{3}=\frac{3^{-12}}{3}=3^{-12-1}=3^{-13}$$

Resposta: (A)

11.1. $P_{\Delta}=2\times2\sqrt{20}+\sqrt{45}=$ $\qquad 20=5\times2^{2}$

$=2\times2\times2\sqrt{5}+3\sqrt{5}=$ $\qquad 45=5\times3^{2}$

$=8\sqrt{5}+3\sqrt{5}=11\sqrt{5}$ cm

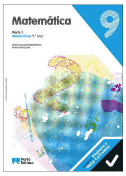
11.2. Não existe reflexão segundo um eixo vertical.

Resposta: (B)

12. $$\begin{cases}\dfrac{2x}{\underset{(\times2)}{1}}-\dfrac{4-y}{2}=\underset{(\times2)}{1}\\ 3(x-2)=y+2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4x-4+y=2\\ 3x-6=y+2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=6-4x\\ 3x-6=6-4x+2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=6-4x\\ 7x=14\end{cases}\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}y=6-4\times2\\ x=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=-2\\ x=2\end{cases}$$

A solução do sistema é dada pelo par ordenado $(x,y)=(2,-2)$.



13.1. $u_2 = \frac{2\times 2-1}{3} - \frac{1}{2} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{2}{2} - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

O segundo termo da sequência é $\frac{1}{2}$.

13.2. $u_n = \frac{17}{2} \Rightarrow \frac{2n-1}{3} - \frac{1}{2} = \frac{17}{2} \Leftrightarrow \frac{2n-1}{3} = 9 \Leftrightarrow 2n-1 = 27 \Leftrightarrow 2n = 28 \Leftrightarrow n = 14$

Resposta: A sequência tem 14 termos.

14.1. $\overline{AD} = (x+1)+(x+4) = 2x+5$ e $\overline{BD} = 4+6 = 10$

Pelo Teorema de Tales:

$$\frac{x+4}{2x+5} = \frac{6}{10} \Leftrightarrow 10x+40 = 12x+30 \Leftrightarrow -2x = -10 \Leftrightarrow x = 5$$

14.2. $\overline{AB} = 10\ \text{cm}$

$\overline{AD} = 9+6 = 15\ \text{cm}$

$\overline{BD} = 10\ \text{cm}$

$P_{[ABD]} = 10+15+10 = 35\ \text{cm}$

O perímetro do triângulo é 35 cm.

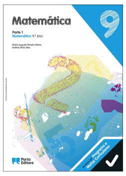
15. $f(x) = \frac{36}{x}$

$$f\left(2^{-1}\right) = f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{36}{\frac{1}{2}} = 72\ ;\ f(9) = \frac{36}{9} = 4\ ;\ f(-1) = -36\ ;\ f\left(\sqrt{4}\right) = f(2) = \frac{36}{2} = 18$$

$$\frac{f\left(2^{-1}\right)+f(-1)}{f\left(3^2\right)} : f\left(\sqrt{4}\right) = \frac{72-36}{4} : 18 = \frac{36}{4} : 18 = \frac{36}{4} \times \frac{1}{18} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

16.1. Como o ponto *F* é o ponto de interseção das mediatrizes de dois lados do triângulo [*ABC*] – circuncentro –, então encontra-se à mesma distância dos seus vértices.

Resposta: (D)



16.2. $\overline{DF} = 3$ e $\overline{DA} = 4$

Pelo Teorema de Pitágoras:

$\overline{AF}^2 = 3^2 + 4^2$

$\overline{AF} = \sqrt{25}$

$\overline{AF} = 5$

Resposta: O raio da circunferência é 5.

17. $-3(x+1) \geq 3 \Leftrightarrow -3x - 3 \geq 3 \Leftrightarrow -3x \geq 6 \Leftrightarrow x \leq -2$

$\text{C.S.} = \left]-\infty, -2\right]$

Resposta: (A)